**Задачи на совместную работу**

Задачи данного типа и связанные с ними понятия работа, производительность, время учащиеся начинают изучать еще с начальных классов. Поэтому в пятом классе, перед тем как продолжать обучение решению данных задач, стоит актуализировать опыт учащихся, если понадобится, то напомнить и уточнить какие-нибудь детали:

- Какие величины рассматриваются в задачах на работу? (работа, производительность, время)

- Как обозначается работа, производительность, время? (буквами: А, v, t)

- В чем измеряется работа? ( Это зависит от того, что выполняется в условии задачи)

- Приведите примеры и их единицы измерения? (Готовят еду- литры, решают примеры- количество примеров и т.д.)

- Прочтите следующие записи, что они означают и где мы их применяем:

 2м/день 5 деталей/ч 2пирожка/мин

(выкапывают 2 метра за день; кто-то изготавливает 5 деталей за час ; кто-то готовит 2 пирожка за одну минуту)

- В чем измеряется производительность? (В некотором количестве работы за единицу времени)

В чем разница между работой и производительностью?( производительность – это работа, выполненная за один час, одну минуту, один день, а работа – это то, что выполнили за время, большее рассматриваемой единицы времени)

- Как найти работу? (А= v\* t)

- Как найти производительность? v= А/t

Как найти время? (t= А/ v)

Затем полезно будет проверить, как учащиеся умеют решать элементарные задачина совместную работу следующего содержания:

1.Ахмет и Андрей изготавливают бумажные самолеты. Ахмет за 1 мин складывает 5 самолетиков, а Андрей - 3. Сколько времени им потребуется на изготовление 100 самолетиков?

2.Двум фотографам нужно сделать 1200 фотографий.
Первый выполнит всю работу за 6 дней, а второй фотограф - за 12 дней. За сколько дней будет выполнена вся работы, если фотографы объединят свои усилия?

 При решении задачна совместную работу нужно разобрать с учащимися два случая:

1. объем выполненной работы известен;
2. объем выполненной работы неизвестен.

Второй случай является новым для учеников пятого класса и более трудным для понимания, так как для решения принято обозначать неизвестный объем работы за единицу.

Далее требуется проработать с учениками данную тему на задачах различного содержания и уровнях сложности. Следует отметить, что задачи на совместную работу будут усложняться и продолжать встречаться с 7 по 12 классы, но значительно реже.

Учителю же все равно стоит уделять им должное внимание, чтобы учащиеся могли их решать, независимо от того в каком они классе.

Разберем задачи на совместную работу с нарастанием сложности и обучению им:

**Задача№2.** Овчарка и питбуль съедают одинаковое количество обеда в отдельности за 5 и за 7 минут соответственно. За какое время, не конфликтуя, обе породы собак съедят это обед вместе?

-Как представить краткую запись к задаче?(В виде таблицы, состоящей из четырех столбиков с обозначениями: А, v, t )

- Сколько будет строк в таблице? ( 4, одна для символов, две для двух собак по отдельности и одна общая для двух пород)

-Что известно про работу? (Объем работы неизвестен, но он одинаковый, поэтому его берем за единицу для всех трех случаев)

- Что пишем в колонку производительности наших собак? (Ставим вопросы, так как их производительность неизвестна)

- Как запишем время? ( Для овчарки – 5 мин, для питбуля – 7 мин, для обоих – вопрос, так как по условию неизвестно, за какое время они съедают обед вместе)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **А** | **v** | **t** |
| Овчарка | 1 | ? | 5 |
| Питбуль | 1 | ? | 7 |
| О + П | 1 | ? |  **?** |

- Как найти время, за которое они съедают обед вместе? (Нужно работу поделить на их общую производительность)

- Как найти их общую производительность? (Сложить производительность каждой собаки в отдельности)

- Что тогда стоит узнать сначала? (по формуле: v= А/t, найдем производительность каждой собаки в отдельности)

 Решение:

1) vов.= А: t = 1: 5 = $\frac{1}{5}$ - Овч.

2) vп.= А: t = 1: 7 = $\frac{1}{7}$ - Пит.

3) v ов.+п.= vов. + vп. = $\frac{1}{5}$ + $\frac{1}{7}$ = $\frac{12}{35}$

4) t ов.+п.= А : v ов.+п. = 1 : $\frac{12}{35}$ = $\frac{35}{12}$= 2 $\frac{11}{12}$

Далее полезно будет решить обратную задачу, которую учащиеся формулируют сами, а учитель только проверяет грамотность ее составления:

**Задача№3.** Овчарка и питбуль съедают обед вместе за 2$\frac{11}{12}$ мин. Этот же обед Овчарка съедает за 5 минут. За какое время самостоятельно съест этот обед питбуль?

Затем учащиеся самостоятельно заполняют таблицу к задаче и пробуют решить ее:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **А** | **v** | **t** |
| Овчарка | 1 | ? | 5 |
| Питбуль | 1 | ? | **?** |
| О + П | 1 | ? | 2 $\frac{11}{12}$  |

**Решение:**

1) 1 : 2 $\frac{11}{12}$ = $\frac{12}{35} $ - общая производительность

2) 1 : 5= $\frac{1}{5}$ - производительность Овч.

3) $\frac{12}{35}$ - $\frac{1}{5}$ = $\frac{1}{7}$ - производительность пит.

4) 1: $\frac{1}{7}$ = 7 мин

В восьмом классе, когда учащиеся научились решать квадратные уравнения, эта задача может принять следующий вид:

**Задача№4.** Овчарка и питбуль съедают обед вместе за 2$\frac{11}{12}$ мин. Этот же обед Овчарка съедает на 2 минут быстрее, чем питбуль. За какое время самостоятельно съедят этот обед питбуль и овчарка?

- Каким способом можно решить эту задачу?( С помощью уравнения)

-Что лучше принять за х? (Время, за которое овчарка одна съедает обед)

- За сколько съест обед питбуль?( за (х+2) мин)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **А** | **v** | **t** |
| Овчарка | 1 | ? | х мин |
| Питбуль | 1 | ? | (х+2) мин |
| О + П | 1 | ? | 2 $\frac{11}{12}$  |

- Можем ли сразу составить уравнение, есть ли к чему приравнять? (Нет, так как найденные обозначения никак не связаны)

- Из того, что известно, можем ли что-нибудь узнать для начала? (Можно найти общую производительность двух собак, поделив работу на время, за которое они съедают обед вместе)

- Какую формулу будем использовать для составления уравнения?

(v ов.+п.= vов. + vп )

-Что нужно найти для подстановки в формулу? (Производительность собак по отдельности)

 **Решение:**

1) 1 : 2 $\frac{11}{12}$ = $\frac{12}{35}$ - общая производительность

2)1: х = $\frac{1}{х}$ производительность овч.

3) 1 : (х+2) = $\frac{1}{х+2}$ производительность пит.

4) $\frac{1}{х}$ + $\frac{1}{х+2}$ = $\frac{12}{35}$

 $\frac{х+2+х}{\left(х+2\right)х}$ = $\frac{12}{35}$

 $\frac{2х+2}{\left(х+2\right)х}$ = $\frac{12}{35}$

12 х2 +24х = 70х+ 70

12 х2 -46х – 70= 0

6 х2 – 23х – 35 = 0

$√$D = 232 + 4\* 6 \*35= 37

х1 = $\frac{23+37}{12}$ =5 (мин) - овч.

х2 = $\frac{23-37}{12}$ = - $\frac{14}{12}$ не соответствует условию

5) х+2 = 5+2=7 (мин) - пит.

Но и наконец, разберем более трудную задачу, которая решается с помощью системы уравнений:

**Задача№5.** Два повара, работая вместе, обычно могут приготовить обед за 3,6 ч. Когда первый повар проработает $\frac{1}{3}$ того времени, за которое второй может приготовить весь обед, а потом начнет готовить второй $\frac{1}{3}$ времени, за которое первый справляется с этой работой, то в результате они бы выполнили $\frac{13}{18}$ общего объема работы. За какое время, работая самостоятельно, каждый повар приготовит обед?

- Известен ли объем работы? (нет, поэтому берем его за 1)

- Сколько объектов рассматривается в задаче? (2 повара)

- Как обозначить неизвестные величины? (v1 ,v2 , vобщ, t1, t2 )

- Можно ли эти величины выразить через другие? (v1= 1: t1, ,v2= 1 : t2)

- Что можно найти по условию задачи? (общую производительность, так как известно время, за которое они выполняют работу вместе, по формуле vобщ= 1: t

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **А** | **v** | **t** |
| I | 1 | 1: t1, | t1, ч |
| II | 1 | 1 : t2 | t2 ч |
| I + II | 1 | 1 : 3,6  | 3 $\frac{6}{10}$ ч |

 - Что происходит в задаче, как протекает работа? ( Вначале работает только первый повар, затем начинает работать только второй. И, в конце концов, они выполняют $\frac{13}{18} всей работы$)

- Как записать выражением время работы первого? (t2 : 3)

- Как записать выражением время работы второго? (t1 : 3)

-Меняется ли их производительность по условию?(нет)

- Раз повара работали по очереди, то как получить их работу, равную 3,6, ? (А = А1 +А2 = 3,6)

-Чему равна А1? (А1= v1\* t1)

-Чему равна А2? (А2= v2\* t2 )

- Какое получится уравнение с двумя переменными?

 (1: t1)\* (t2 : 3) + (1: t2)\* (t1 : 3)= 3,6

-Какие переменные должно содержать второе уравнение? (t1 , t2)

- Какое уравнение можно составить с ними?

(1: t1)+ (1 : t2) = 1 : 3,6

**Решение:**

(1: t1)\* (t2 : 3) + (1: t2)\* (t1 : 3)= 3,6

(1: t1)+ (1 : t2) = 1 : 3,6

(1 : t2) = $\frac{1}{3,6}$ - (1: t1)

t2 =3,6 t1 : (t1-3,6)

$\frac{3,6t1 }{3t1(t1-3,6)}$ + $\frac{t1(t1-3,6)}{3\*3,6t1}$ = $\frac{13}{18}$

$\frac{3,6 }{3(t1-3,6)}$ + $\frac{(t1-3,6)}{3\*3,6}$ = $\frac{13}{18}$

$\frac{3,6\*3,6+ (t1-3,6) (t1-3,6) }{3\left(t1-3,6\right)\*3,6}$ = $\frac{13}{18}$

$\frac{12,96+ t1t1-7,2t1+12,96 }{10,8t1-38,88}$ = $\frac{13}{18}$

t2-15 t+54=0

$√$D =225-4\*54=3

t 1;2 = $\frac{15\pm 3}{2}$ =9; 6

Решение таких задач, требует от учеников применения накопленного опыта, знание и глубокое понимание формул, умения правильно и последовательно переводить ситуацию, представленную в условии, в математическую модель, что возможно только при условии хорошей подготовки , развитого логического мышления и волевых усилий личности учащихся.