***«Решение планиметрических задач различными способами и методами как средство диагностики уровня обучаемости учащихся 7-9 классов математике***»

Умирбаева У.У.

***Ключевые слова:*** геометрия, различные методы решение задач, метод опорного элемента, метод дополнительного построения, метод треугольника.

***Аннотация:*** в статье предложены различные способы и методы решение планиметрических задач. Это позволяет формировать приемы учебно-познавательной деятельности у школьников, как средство диагностики уровня обучаемости.

Геометрия – наиболее уязвимое звено школьной математики. Решение геометрических задач вызывает трудности у многих учеников. Это связано как с обилием различных типов задач, так и с многообразием приемов и методов их решения.

В отличие от алгебры, в геометрии нет стандартных задач, решающихся по образцу. Практически каждая задача требует «индивидуального» подхода.

Программа для общеобразовательных школ по геометрии не акцентирует внимание на методах решения задач. Поэтому рассмотрим сегодня эти методы.

В чем же заключается искусство – решать задачи?

Искусство - решать задачи основывается на хорошем знании теоретической части курса, знании достаточного количества геометрических фактов и в овладении определённым арсеналом приёмов и методов решения. Поэтому, чтобы ученики умели решать задачи нужно:

1. Нужно добиваться от ученика знаний теоретического материала.

2 . Нельзя приступать к решению задачи, не уяснив четко, в чем заключается задание. Не спешить начинать решать задачу. Этот совет не означает, что задачу надо решать как можно медленней. Он означает, что решению задачи должна предшествовать подготовка, заключающаяся в следующем:

а) ознакомиться с задачей, внимательно прочитав ее содержание, при этом схватывается общая ситуация, описанная в задаче;

б) ознакомившись с задачей, необходимо вникнуть в ее содержание. При этом нужно выделить в задаче данные и искомые, а в задаче на доказательство - посылки и заключения.

3. После прочтения сделать рисунок от руки или с помощью линейки.

Нужно научиться делать хорошие, большие и красивые чертежи, а иногда не чертежи, а рисунки. Чертежи - рисунки, если они выполнены грамотно, могут сильно облегчить поиск решения, работу над ним.

Если идет речь, например, о произвольном треугольнике или четырехугольнике, то необходимо, чтобы фигура не имела характерных особенностей, присущих "хорошим" фигурам, т.е. треугольник не должен быть прямоугольным или равнобедренным, а тем более правильным, четырехугольник - быть похожим на параллелограмм.

4. Необходимо знание методов решения геометрических задач

Эти методы обладают некоторыми особенностями: большое разнообразие, трудность формального описания, взаимозаменяемость, отсутствие чётких границ области применения.

Рассмотрим несколько методов решения геометрических задач: Метода опорного элемента, метод дополнительного построения, метод треугольника.

Метода опорного элемента

Иногда, нарисовав рисунок фигуры и отметив на нем все данные величины, не удается найти требуемые в задаче отрезки или углы. В этой ситуации может помочь использование метода опорного элемента - он является основным методом составления уравнений в геометрических задачах и заключается в следующем: один и тот же элемент (сторона, угол, площадь, радиус, средняя линия и т. д.) выражается через известные и неизвестные величины двумя разными способами, и полученные выражения приравниваются.

Диагонали ромба относятся как 3:4 . Периметр ромба равен 200 . Найдите высоту ромба.

В задаче площадь фигуры выражается двумя разными способами, а затем из полученного уравнения находится искомая величина. Данный подход еще называется методом площадей.

Площадь ромба находим через диагонали и эту же площадь выразим через высоту ромба. Полученные выражения приравниваются.



Пусть диагонали ромба равны6х и 8х

Диагонали ромба перпендикулярны, значит, треугольник АОВ — прямоугольный.

По теореме Пифагора АВ2=АО2+ОВ2

АВ2=9х2+16х2, АВ2=25х2

АВ=5х.

Поскольку Р=200, 5х∙4=200, х=10, АВ=50, а диагонали ромба равны 60см и 80см, то

S=0,5∙60∙80=2400,

S=h∙50, 2400=h∙50, h=48.

Метод дополнительного построения

Во многих случаях решать задачи помогает введение в чертеж дополнительных линий - так называемые дополнительные построения.

Такие дополнительные построения, вводящие новые углы и новые отрезки, иногда приводят к появлению геометрических фигур, облегчающих решение задачи.

выделим три разновидности дополнительных построений:

продолжение отрезка (отрезков) на определенное расстояние или до пересечения с заданной прямой;

проведение прямой через две заданные точки;

проведение через заданную точку прямой, параллельной данной прямой, или перпендикулярной данной прямой.

Стандартное дополнительное построение в задачах на трапецию: проводим либо два перпендикуляра к основанию и получаем прямоугольник и два прямоугольных треугольника, либо проводим отрезок, параллельно боковой стороне, и получаем параллелограмм и произвольный треугольник. Если же в условии задачи говорится о диагоналях трапеции, то стандартным будет дополнительное построение, состоящее в проведении через одну из ее вершин прямой, параллельной диагонали.



Следующее дополнительное построение - удвоение медианы

Характеристика метода. Когда в условии задачи фигурирует медиана треугольника, то стоит попытаться продолжить эту медиану на расстояние равное длине медианы, т.е. продлить ее за точку, лежащую на стороне треугольника. Полученная новая точка соединяется с вершиной (вершинами) исходного треугольника, в результате чего образуются равные треугольники. Равенство соответствующих элементов этих треугольников помогает найти неизвестную величину или доказать предложенное утверждение.

Задача. Докажите, что треугольник является равнобедренным, если совпадают проведенные из одной и той же вершины медиана и биссектриса.

Решение. Рассмотрим треугольник ABC (рис. 1). Пусть отрезок BM – его медиана и биссектриса. Продлим BM на отрезок MD = BM. Образовались равные треугольники AMB и MCD (1-й признак равенства треугольников). В задаче медиана ВМ продолжена за точку М на отрезок МД равный длине медианы. Далее доказываем, что треугольник ВДС равнобедренный и из равенства сторон АВ=ДС, а ДС=ВС следует что АВ=ВС, значит треугольник АВС равнобедренный.

Из равенства этих треугольников имеем:

(1) AB = CD и (2) ∠ 1 = ∠ 3.

Используя равенство (2) и то, что ∠ 1 = ∠ 2 (по условию), получим, что треугольник BCD



равнобедренный, а, следовательно, BC = CD. Используя полученный вывод и равенство (1) доказываем, что AB = BC, откуда следует истинность утверждения задачи.

Если в условии задачи фигурирует середина одной или нескольких сторон четырехугольника, то стоит добавить середины каких-то других сторон или диагоналей и рассмотреть средние линии соответствующих треугольников.



Метод треугольника

Как известно, с давних времен, существует целая наука тригонометрия ("тригон"- по-гречески означает "треугольник"). С ее помощью можно было, измерив одну сторону и два угла треугольника, найти длины всех его сторон. Но еще ранее с ее помощью научились измерять воображаемые треугольники на небе, вершинами которых были звезды.

Основные составляющие данного метода – это соотношения между сторонами и углами треугольника, перечислим их:

1.Используя свойства площадей многоугольников, можно установить

замечательное соотношение между гипотенузой и катетами прямоугольного треугольника. Такая теорема называется теоремой Пифагора и является важнейшей теоремой геометрии.

2. Соотношения между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике: косинус острого угла прямоугольного треугольника, синус угла , тангенс угла

3. Теорема о соотношении между сторонами и углами треугольника:

в треугольнике против большей стороны лежит больший угол .

Следствие: гипотенуза прямоугольного треугольника всегда больше катета.

4.Теорема о неравенстве треугольника: в каждом треугольнике любая сторона меньше суммы двух других его сторон.

5. Теорема о сумме углов треугольника: сумма углов треугольника равна 180°.

6. Теорема Фалеса: если параллельные прямые, пересекающие стороны угла, отсекают на одной его стороне равные отрезки, то они отсекают и на другой его стороне равные отрезки.

Следствия:

• В треугольнике может быть только один неострый (прямой или тупой угол).

• Из данной точки на данную прямую можно опустить только один перпендикуляр.

• Внешний угол треугольника равен сумме двух внутренних, не смежных с ним углов.

• Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90°.

7. Теорема синусов: стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов.

Теорема косинусов: квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус двоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.

«Тригон» и его методы широко вошли в курс геометрии и крепко основались. Нет ни одной фигуры, кроме треугольника, у которого существуют столь разнообразные приемы нахождения неизвестной величины.

Для более детального рассмотрения метода треугольника как основного способа нахождения того или иного элемента, целесообразно рассмотреть типовые задачи:

Задача1: Четырехугольник ABCD- параллелограмм с периметром 10см. Найдите BD, зная, что периметр треугольника ABD равен 8см.

Задача2: Докажите, что если у параллелограмма диагонали перпендикулярны, то он является ромбом.

Задача3: Биссектриса одного из углов прямоугольника делит сторону прямоугольника пополам. Найдите периметр прямоугольника, если его меньшая сторона равна 10.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Алексеев В.Б., Галкин В.Я., Панферов В.С. Геометрия. 9 класс: Рабочая тетрадь к учебнику И.Ф. Шарыгина "Геометрия

Атанасян, Л,С., ,Бутузов, В.Ф., Кадомцев, С.Б. ,Юдина, И.И. Геометрия: Доп. главы к шк. учеб. 9 кл.: Учеб. пособие для учащихся шк. с углубл. изуч. математики : - М.: Просвещение, 1997. – 176 с.

Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. В 2 ч. Ч.2. М: Просвещение, 2007.

Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и другие Геометрия 7-9: Учебник для общеобразоват. учреждений. М: Просвещение, 2008.

Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б., Юдина И.И. Геометрия 8 кл.: Решение задач из учебника Л.С. Атанасяна и др. "Геометрия 7-9". В 2 ч. Ч.1. М: Дрофа, 2007.

Атанасян Л.С., Денисова Н.С., Силаев Е.В. Курс элементарной геометрии. Ч.1. Планиметрия.: Учебное пособие для студентов пед. унив-тов и ин-тов и для учащихся классов с углубл. изучением математики. М: Сантакс-Пресс, 2007.

Барчунова Ф.М. Развитие познавательного интереса к геометрии у учащихся 6-7 классов// "Математика в школе", 1974. №6.

Березина Л.Ю., Мельникова Н.Б., Мищенко Т.М., Никольская И.Л., Чернышова Л.Ю. Геометрия в 7-9 классах: (Метод. рекомендации к преподаванию курса геометрии по учеб. пособию А.В. Погорелова): Пособие для учителя. М: Просвещение, 2010.

Болтянский В.Г., Глейзер Г.Д. Геометрия 7-9: Методическое пособие к углубленному курсу развивающего математического образования. М: Институт учебника "Пайдейя", 2008.

Готман, Э.Г. Две задачи и пять методов решения // Математика в школе. – 1994. - №1 – С. 8 – 11.

Грабов, Ю.И. Решение конкурсных задач по математике. – К.: САШКО, 1995. – 200 с.

Крамор, В.С. Повторяем и систематизируем школьный курс геометрии: Учеб. пособие: 3-е изд., испр. и доп. – М.: Мнемозина, 2004. – 336 с.

Потапов, М.К. Математика. Методы решения задач: Учеб. пособие: Для поступающих в вузы.– М.: Дрофа, 1995. – 328 с.

Смирнова, И.М. Геометрия. Нестандартные и исследовательские задачи. – М.: Мнемозина, 2004. – 172 с.

Фарков ,А.В. Учимся решать олимпиадные задачи. Геометрия. 5-11 классы. Учеб. пособие: – М.: Айрис-пресс, 2006. – 128 с.

Шикова, Л.Р. Исследовательская деятельность школьников в процессе решения геометрических задач // Математика в школе. - 1995. - №4 – С. 45 - 50.

7-9". В 2 ч. Ч.1. М: Дрофа, 2007.